MODELOS APLICADOS DE EQUILIBRIO GENERAL

Datos

La fuente de datos es una matriz insumo-producto. Utilizaremos los datos de Ecuador para el año 2001:

	Prim.	Man.	Serv.	Cons.	Inv.	Exp.	Total
Primarios	683	2933	192	1175	145	2988	8116
Manufactura	880	3690	3185	7594	2690	1755	19794
Servicios	1819	4075	4531	7855	2560	870	21710
Importaciones	234	5364	1010				6608
Ingresos Arancelarios	19	371	0				390
Compensación al Trabajo	2627	1212	6550				10389
Retornos al Capital	1854	2149	6242				10245
Total	8116	19794	21710	16624	5395	5613	

Esta matriz presenta el valor de todas las transacciones reales realizadas en la economía ecuatoriana durante el año 2001. Las **columnas** muestran los **gastos** realizados por un sector y las **filas** muestran los **ingresos** recibidos por un sector. Las unidades son millones de dólares del año 2001. Entonces, por ejemplo, las empresas manufactureras gastaron 2933 millones de dólares en insumos intermedios de bienes primarios y 1212 millones de dólares en compensación al trabajo. Los consumidores domésticos gastaron 7594 millones de dólares en bienes manufacturados, mientras que los extranjeros gastaron 1755 millones en exportaciones de bienes manufacturados.

A continuación se presenta cómo este tipo de matrices se relacionan con las cuentas nacionales:

Producto		Ingreso	
Consumo	16624	Sueldos y salarios	10389
Inversión	5395	Ingresos por Capital	10245
Exportaciones	5613	Aranceles	390
- Importaciones	- 6608		
PIB	21024	PIB	21024

Calibración

Calibramos un modelo aplicado de equilibrio general de tal forma que, en equilibrio, los agentes en el modelo realizan las mismas transacciones que sus contrapartes en el mundo real, de acuerdo a la matriz insumo-producto.

- Agregadores de Armington para los bienes primarios, manufacturados y de servicios:

$$y_j = \gamma_j y_{j,d}^{\delta_j} y_{j,f}^{1-\delta_j}\ ,\ \ j = pri,\ man, ser\ .$$

- Tasas de aranceles:

$$\tau_{pri},\ \ \tau_{man},\ \ \tau_{ser}\ .$$

- Función de utilidad para el consumidor representativo doméstico:

$$\theta_{pri} \log c_{pri} + \theta_{man} \log c_{man} + \theta_{ser} \log c_{ser} + \theta_{inv} \log c_{inv}\ .$$

- Dotaciones para el consumidor representativo doméstico:

$$\bar{\ell},\ \bar{k}\ .$$

- Funciones de producción para los bienes primarios, manufacturados y de servicios:

$$y_{j,d} = \min\ [x_{pri,j} / a_{pri,j},\ x_{man,j} / a_{man,j},\ x_{ser,j} / a_{ser,j},\ \beta_j k_j^{\alpha_j} \ell_j^{1-\alpha_j}],\quad j = pri,\ man,\ ser\ .$$

- Función de production para el bien de inversión:

$$y_{inv} = \min\ [x_{pri,inv} / a_{pri,inv},\ x_{man,inv} / a_{man,inv},\ x_{ser,inv} / a_{ser,inv}].$$

- Función de utilidad para el consumidor representativo del resto del mundo:

$$\theta_{pri,f} \log x_{pri,f} + \theta_{man,f} \log x_{man,f} + \theta_{ser,f} \log x_{ser,f} + \theta_{inv,f} \log x_{inv,f} + \theta_{f,f} \log x_{f,f}\ .$$

  El nivel de ingreso I_f y tasas de aranceles $\tau_{pri,f}$, $\tau_{man,f}$, $\tau_{ser,f}$ en el resto del mundo deben ser especificados exógenamente. Necesitaremos datos adicionales para esto.

Equilibrio de un Modelo Aplicado de Equilibrio General

Definimos el equilibrio como:

precios para los bienes finales $\hat{p}_{pri}, \hat{p}_{man}, \hat{p}_{ser}, \hat{p}_{inv}$,
precios para los bienes domésticos $\hat{p}_{pri,d}, \hat{p}_{man,d}, \hat{p}_{ser,d}$,
tipo de cambio real $\hat{e}$,
precios de los factores de producción $\hat{r},\ \hat{w}$,
ofertas totales de los bienes finales $\hat{y}_{pri}, \hat{y}_{man}, \hat{y}_{ser}, \hat{y}_{inv}$,
niveles de consumo $\hat{c}_{pri}, \hat{c}_{man}, \hat{c}_{ser}, \hat{c}_{inv}$,
importaciones $\hat{y}_{pri,f}, \hat{y}_{man,f}, \hat{y}_{ser,f}$,
exportaciones $\hat{x}_{pri,f}, \hat{x}_{man,f}, \hat{x}_{ser,f}$,
inversión extranjera $\hat{x}_{inv,f}$,
planes de producción para primarios, manufactura y servicios
$\left(\hat{y}_{pri,d}, \hat{x}_{pri,pri}, \hat{x}_{man,pri}, \hat{x}_{ser,pri}, \hat{\ell}_{pri}, \hat{k}_{pri}\right)$, $\left(\hat{y}_{man,d}, \hat{x}_{pri,man}, \hat{x}_{man,man}, \hat{x}_{ser,man}, \hat{\ell}_{man}, \hat{k}_{man}\right)$,
$\left(\hat{y}_{ser,d}, \hat{x}_{pri,ser}, \hat{x}_{man,ser}, \hat{x}_{ser,ser}, \hat{\ell}_{ser}, \hat{k}_{ser}\right)$
plan de producción para el bien de inversión $\left(\hat{y}_{inv}, \hat{x}_{pri,inv}, \hat{x}_{man,inv}, \hat{x}_{ser,inv}\right)$,
una transferencia de monto fijo (lump sum) $\hat{T}$,
y consumo del bien foráneo en el resto del mundo $\hat{x}_{f,f}$

tales que:

- $\hat{c}_{pri}, \hat{c}_{man}, \hat{c}_{ser}, \hat{c}_{inv}$ resuelven el problema del consumidor doméstico

$$\begin{aligned} &\max \ \theta_{pri} \log c_{pri} + \theta_{man} \log c_{man} + \theta_{ser} \log c_{ser} + \theta_{inv} \log c_{inv} \\ \text{s.a } \ &\hat{p}_{pri} c_{pri} + \hat{p}_{man} c_{man} + \hat{p}_{ser} c_{ser} + \hat{p}_{inv} c_{inv} = \hat{r}\bar{k} + \hat{w}\bar{\ell} + \hat{T} \\ &c_{pri}, c_{man}, c_{ser}, c_{inv} \geq 0. \end{aligned}$$

- $\left(\hat{y}_{j,d}, \hat{x}_{pri,j}, \hat{x}_{man,j}, \hat{x}_{ser,j}, \hat{\ell}_j, \hat{k}_j\right)$, $j = pri,\ man, ser$, satisfacen

$$\begin{aligned} \hat{y}_{j,d} &= \min\ [\hat{x}_{pri,j} / a_{pri,j},\ \hat{x}_{man,j} / a_{man,j},\ \hat{x}_{ser,j} / a_{ser,j},\ \beta_j \hat{k}_j^{\alpha_j} \hat{\ell}_j^{1-\alpha_j}] \\ \hat{p}_{j,d}\hat{y}_{j,d} &- \hat{p}_{pri}\hat{x}_{pri,j} - \hat{p}_{man}\hat{x}_{man,j} - \hat{p}_{ser}\hat{x}_{ser,j} - \hat{r}\hat{k}_j - \hat{w}\hat{\ell}_j = 0 \end{aligned}$$

donde $\hat{k}_j, \hat{\ell}_j$ resuelven

$$\begin{aligned} &\min \hat{r}k_j + \hat{w}\ell_j \\ \text{s.t. } &\beta_j k_j^{\alpha_j} \ell_j^{1-\alpha_j} = \hat{y}_{j,d} \\ &k_j, \ell_j \geq 0. \end{aligned}$$

- $\left(\hat{y}_{inv}, \hat{x}_{pri,inv}, \hat{x}_{man,inv},, \hat{x}_{ser,inv}\right)$ satisfacen

$$\begin{aligned} \hat{y}_{inv} &= \min \; [\hat{x}_{pri,inv} / a_{pri,inv}, \; \hat{x}_{man,inv} / a_{man,inv}, \; \hat{x}_{ser,inv} / a_{ser,inv}] \\ \hat{p}_{inv}\hat{y}_{inv} &- \hat{p}_{pri}\hat{x}_{pri,inv} - \hat{p}_{man}\hat{x}_{man,inv} - \hat{p}_{ser}\hat{x}_{ser,inv} = 0\,. \end{aligned}$$

- $\hat{y}_j, \hat{y}_{j,d}, \hat{y}_{j,f}$ $j = pri,\ man,\ ser$, satisfacen

$$\hat{p}_j \hat{y}_j - \hat{p}_{j,d}\hat{y}_{j,d} - (1+\tau_j)\hat{e}\overline{p}_{j,f}\hat{y}_{j,f} = 0$$

donde $\hat{y}_{j,d}, \hat{y}_{j,f}$ resuelven

$$\begin{aligned} &\min \hat{p}_{j,d} y_{j,d} + \left(1+\tau_j\right)\hat{e}\overline{p}_{j,f} y_{j,f} \\ \text{s.t. } &\gamma_j y_{j,d}^{\delta_j} y_{j,f}^{1-\delta_j} = \hat{y}_j \\ &y_{j,d}, y_{j,f} \geq 0. \end{aligned}$$

- Los precios en el resto del mundo son exógenamente determinados, $\overline{p}_{pri,f}$, $\overline{p}_{man,f}$, $\overline{p}_{ser,f}$.

- $\hat{c}_j + \hat{x}_{j,pri} + \hat{x}_{j,man} + \hat{x}_{j,ser} + \hat{x}_{j,inv} + \hat{x}_{j,f} = \hat{y}_j$, $j = pri,\ man,\ ser$.

- $\hat{c}_{inv} + \hat{x}_{inv,f} = \hat{y}_{inv}$.

- $\hat{k}_{pri} + \hat{k}_{man} + \hat{k}_{ser} = \overline{k}$.

- $\hat{\ell}_{pri} + \hat{\ell}_{man} + \hat{\ell}_{ser} = \overline{\ell}$.

- $\hat{p}_{pri,f}\tau_{pri}\hat{y}_{pri,f} + \hat{p}_{man,f}\tau_{man}\hat{y}_{man,f} + \hat{p}_{ser,f}\tau_{ser}\hat{y}_{ser,f} = \hat{T}$.

- $\hat{x}_{pri,f}$, $\hat{x}_{man,f}$, $\hat{x}_{ser,f}$, $\hat{x}_{inv,f}$, $\hat{x}_{f,f}$ resuelven el problema del consumidor en el resto del mundo

$$\begin{aligned} &\max \;\; \theta_{pri,f} \log x_{pri,f} + \theta_{man,f} \log x_{man,f} + \theta_{ser,f} \log x_{ser,f} + \theta_{inv,f} \log x_{inv,f} + \theta_{f,f} \log x_{f,f} \\ \text{s.a} \;\; &\hat{p}_{pri}(1+\tau_{pri,f})x_{pri,f} + \hat{p}_{man}(1+\tau_{man,f})x_{man,f} + \hat{p}_{ser}(1+\tau_{ser,f})x_{ser,f} + \hat{e}\hat{x}_f = \hat{e}I_f \\ &x_{pri,f}, x_{man,f}, x_{ser,f}, x_{inv,f}, x_{f,f} \geq 0. \end{aligned}$$

- Balance en cuenta corriente

$$\hat{p}_{pri}\hat{x}_{pri,f} + \hat{p}_{man}\hat{x}_{man,f} + \hat{p}_{ser}\hat{x}_{ser,f} + \hat{p}_{inv}\hat{x}_{inv,f} = \hat{e}\overline{p}_{pri,f}\hat{y}_{pri,f} + \hat{e}\overline{p}_{man,f}\hat{y}_{man,f} + \hat{e}\overline{p}_{ser,f}\hat{y}_{ser,f}\,.$$

Valores Numéricos de los Parámetros

- Sabemos que $\hat{c}_{pri}, \hat{c}_{man}, \hat{c}_{ser}, \hat{c}_{inv}$ resuleven

$$\begin{aligned}
&\max\ \theta_{pri} \log c_{pri} + \theta_{man} \log c_{man} + \theta_{ser} \log c_{ser} + \theta_{inv} \log c_{inv} \\
\text{s.a}\ \ & \hat{p}_{pri} c_{pri} + \hat{p}_{man} c_{man} + \hat{p}_{ser} c_{ser} + \hat{p}_{inv} c_{inv} = \hat{r}\bar{k} + \hat{w}\bar{\ell} + \hat{T} \\
& c_{pri}, c_{man}, c_{ser}, c_{inv} \geq 0.
\end{aligned}$$

Normalizaremos las unidades de todos los bienes para que sean valores del periodo base, de tal manera que $\hat{p}_{pri} = 1$, $\hat{p}_{man} = 1$, $\hat{p}_{ser} = 1$, $\hat{p}_{inv} = 1$, $\hat{r} = 1$, y $\hat{w} = 1$, y calibramos

$$\bar{k} = 10245,\ \bar{\ell} = 10389.$$

Resolviendo el problema del consumidor obtenemos, por ejemplo,

$$\hat{c}_{pri} = \theta_{pri} \frac{\hat{r}\bar{k} + \hat{w}\bar{\ell} + \hat{T}}{\hat{p}_{pri}}.$$

De esta forma podemos calibrar

$$1175 = \theta_{pri} \frac{10245 + 10389 + 390}{1}$$

$$\theta_{pri} = \frac{1175}{21024} = 0.0558.$$

Similarmente, $\theta_{man} = 7594/21024 = 0.3612$, $\theta_{ser} = 7855/21024 = 0.3736$, y $\theta_{inv} = 4400/21024 = 0.2092$.

- Sabemos que $\hat{p}_{pri}, \hat{p}_{man}, \hat{p}_{ser}, \hat{p}_{pri,d}, \hat{p}_{man,d}, \hat{p}_{ser,d}$, $\hat{r}$, $\hat{w}$, $\left(\hat{y}_{pri,d}, \hat{x}_{pri,pri}, \hat{x}_{man,pri}, \hat{x}_{ser,pri}, \hat{\ell}_{pri}, \hat{k}_{pri}\right)$, $\left(\hat{y}_{man,d}, \hat{x}_{pri,man}, \hat{x}_{man,man}, \hat{x}_{ser,man}, \hat{\ell}_{man}, \hat{k}_{man}\right)$, $\left(\hat{y}_{ser,d}, \hat{x}_{pri,ser}, \hat{x}_{man,ser}, \hat{x}_{ser,ser}, \hat{\ell}_{ser}, \hat{k}_{ser}\right)$ satisfacen

$$\hat{y}_{j,d} = \min\ [\hat{x}_{pri,j}/a_{pri,j},\ \hat{x}_{man,j}/a_{man,j},\ \hat{x}_{ser,j}/a_{ser,j},\ \beta_j \hat{k}_j^{\alpha_j} \hat{\ell}_j^{1-\alpha_j}]\quad j = pri,\ man,\ ser$$

Por lo tanto, por ejemplo, podemos obtener

$$\hat{y}_{pri,d} = \frac{\hat{x}_{pri,pri}}{a_{pri,pri}}$$
$$7863 = \frac{683}{a_{agr,agr}}$$
$$a_{agr,agr} = \frac{683}{7863} = 0.0868 .$$

Similarmente,

$$a_{man,pri} = 880/7863 = 0.1119 ,$$
$$a_{ser,pri} = 1819/7863 = 0.2313$$
$$a_{pri,man} = 2933/14059 = 0.2086 ,$$
$$a_{man,man} = 3690/14059 = 0.2624 ,$$
$$a_{ser,man} = 4075/14059 = 0.2898 ,$$
$$a_{pri,ser} = 192/20700 = 0.0092 ,$$
$$a_{man,ser} = 3185/20700 = 0.1538 ,$$
$$a_{ser,ser} = 4531/20700 = 0.2188 .$$

- Sabemos que $\hat{k}_j, \hat{\ell}_j$, $j = pri,\ man,\ ser$, resuelven

$$\begin{aligned} &\min \hat{r}k_j + \hat{w}\ell_j \\ &\text{s.t. } \beta_j k_j^{\alpha_j} \ell_j^{1-\alpha_j} = \hat{y}_{j,d} \\ &k_j, \ell_j \geq 0. \end{aligned}$$

Por lo tanto, por ejemplo, podemos obtener

$$\frac{\hat{w}}{\hat{r}} = \frac{(1-\alpha_{pri})\beta_{pri}\hat{k}_{pri}^{\alpha_{pri}}\hat{\ell}_{pri}^{-\alpha_{pri}}}{\alpha_{pri}\beta_{pri}\hat{k}_{pri}^{\alpha_{pri}-1}\hat{\ell}_{pri}^{1-\alpha_{pri}}} = \frac{(1-\alpha_{pri})\hat{k}_{pri}}{\alpha_{pri}\hat{\ell}_{pri}}$$
$$\frac{\hat{w}\hat{\ell}_{pri}}{\hat{r}\hat{k}_{pri}} = \frac{(1-\alpha_{pri})}{\alpha_{pri}}$$
$$\frac{2627}{1854} = \frac{(1-\alpha_{pri})}{\alpha_{pri}}$$
$$\alpha_{pri} = 0.4137 .$$

Dado que $\hat{y}_{pri,d} = \beta_{pri}\hat{k}_{pri}^{\alpha_{pri}}\hat{\ell}_{pri}^{1-\alpha_{pri}}$, esto implica que

$$7863 = \beta_{pri}(1854)^{0.4137}(2627)^{0.5863}$$

$$\beta_{pri} = \frac{7863}{2274.2931} = 3.4573$$

Similarmente, $\alpha_{man} = 0.6393$, $\beta_{man} = 14059/(2149^{0.6393}1212^{0.3607}) = 6.5421$; y $\alpha_{ser} = 0.4879$, $\beta_{ser} = 20700/(6242^{0.4879}6550^{0.5121}) = 3.2354$.

- Sabemos que $\left(\hat{y}_{inv}, \hat{x}_{pri,inv}, \hat{x}_{man,inv}, \hat{x}_{ser,inv}\right)$ satisfacen

$$\hat{y}_{inv} = \min\ [\hat{x}_{pri,inv}/a_{pri,inv},\ \hat{x}_{man,inv}/a_{man,inv},\ \hat{x}_{ser,inv}/a_{ser,inv}].$$

De esta manera, podemos obtener, por ejemplo

$$\hat{y}_{inv} = \frac{\hat{x}_{pri,inv}}{a_{pri,inv}}$$
$$5395 = \frac{145}{a_{pri,inv}}$$
$$a_{pri,inv} = \frac{145}{5395} = 0.0268.$$

Similarmente, $a_{man,inv} = 2690/5395 = 0.4986$ y $a_{ser,inv} = 2560/5395 = 0.4745$.

- Sabemos que $\left(1+\tau_{pri}\right)\hat{e}\overline{p}_{pri,f}\, y_{pri,f} = 253$ y $\hat{p}_{pri,f}\, y_{pri,f} = 234$. Por lo tanto

$$\left(1+\tau_{pri}\right) = \frac{253}{234}$$
$$\tau_{pri} = 0.0812$$

De la misma manera, $\tau_{man} = 0.0692$ y $\tau_{ser} = 0$.

- Sabemos que $\hat{y}_{j,d}, \hat{y}_{j,f}$, $j = pri,\ man,\ ser$, resuelven

$$\begin{aligned} &\min\ \hat{p}_{j,d}\, y_{j,d} + \left(1+\tau_j\right)\hat{e}\overline{p}_{j,f}\, y_{j,f} \\ \text{s.t. } &\gamma_j y_{j,d}^{\delta_j} y_{j,f}^{1-\delta_j} = \hat{y}_j \\ &y_{j,d}, y_{j,f} \geq 0. \end{aligned}$$

Por lo tanto, podemos obtener , por ejemplo

$$\frac{(1+\tau_{pri})\hat{e}\overline{p}_{pri,f}}{\hat{p}_{pri,d}} = \frac{(1-\delta_{pri})\gamma_{pri}\hat{y}_{pri,d}^{\delta_{pri}}\hat{y}_{pri,f}^{-\delta_{pri}}}{\delta_{pri}\gamma_{pri}\hat{y}_{pri,d}^{\delta_{pri}-1}\hat{y}_{pri,f}^{1-\delta_{pri}}} = \frac{(1-\delta_{pri})\hat{y}_{pri,d}}{\delta_{pri}\hat{y}_{pri,f}}$$

$$\frac{(1+\tau_{pri})\hat{e}\overline{p}_{pri,f}\hat{y}_{pri,f}}{\hat{p}_{pri,d}\hat{y}_{pri,d}} = \frac{(1-\delta_{pri})}{\delta_{pri}}$$

$$\frac{253}{7863} = \frac{(1-\delta_{pri})}{\delta_{pri}}$$

$$\delta_{pri} = 0.9688\,.$$

Dado que $\hat{y}_{pri} = \gamma_{pri}\hat{y}_{pri,d}^{\delta_{pri}}\hat{y}_{pri,f}^{1-\delta_{pri}}$, esto implica que

$$8116 = \gamma_{pri}7863^{0.9688}234^{0.0312}$$

$$\gamma_{pri} = 1.1517\,.$$

Similarmente, $\delta_{man} = 0.7103$, $\gamma_{man} = 1.8613$; y $\delta_{ser} = 0.9535$, $\gamma_{ser} = 1.2070$

- El Ingreso en los Estados Unidos es 10 trillones de dólares. Entonces fijamos $I_f = 10,000,000$, y además $\tau_{pri,f} = 0.10$ y $\tau_{man,f} = 0.04$ (y $\tau_{ser,f} = 0$) son las tasas arancelarias en los Estados Unidos. Sabemos que $\hat{x}_{pri,f}$, $\hat{x}_{man,f}$, $\hat{x}_{ser,f}$, $\hat{x}_{inv,f}$, $\hat{x}_{f,f}$ resuelven

$$\begin{aligned} &\max\ \theta_{pri,f}\log x_{pri,f} + \theta_{man,f}\log x_{man,f} + \theta_{ser,f}\log x_{ser,f} + \theta_{inv,f}\log x_{inv,f} + \theta_{f,f}\log x_{f,f} \\ \text{s.a}\ &\hat{p}_{pri}(1+\tau_{pri,f})x_{pri,f} + \hat{p}_{man}(1+\tau_{man,f})x_{man,f} + \hat{p}_{ser}(1+\tau_{ser,f})x_{ser,f} + \hat{p}_{inv}x_{inv,f} + \hat{e}\hat{x}_f = \hat{e}I_f \\ &x_{pri,f}, x_{man,f}, x_{ser,f}, x_{inv,f}, x_{f,f} \geq 0. \end{aligned}$$

Resolviendo este problema, obtenemos, por ejemplo

$$\hat{x}_{pri,f} = \theta_{pri,f}\frac{\hat{e}I_f}{\hat{p}_{pri}(1+\tau_{pri,f})}$$

$$2988 = \theta_{pri,f}\frac{10,000,000}{1.1}$$

$$\theta_{pri,f} = \frac{(1.1)(2988)}{10,000,000} = 0.000328\,.$$

Similarmente,

$$\theta_{man,f} = (1.04)(1755)/10,000,000 = 0.0001825\,,$$

$$\theta_{ser,f} = 870/10,000,000 = 0.000087\,,$$

$$\theta_{inv,f} = 995/10,000,000 = 0.0000995\,,$$
$$\theta_{f,f} = 9,993,023/10,000,000 = 0.99930\,.$$

Supongamos ahora que la elasticidad de Armington para las importaciones es

$$\sigma_{imp} = 1/(1-\rho_{imp}) = 5\,, \text{ o } \rho_{imp} = 0.8\,.$$

Entonces podemos recalibrar los agregadores Armington

$$y_j = \gamma_j \left[\delta_j y_{j,d}^{\rho_{imp}} + (1-\delta_j) y_{j,f}^{\rho_{imp}} \right]^{\frac{1}{\rho_{imp}}},\ \ j = pri,\ man,\ ser\,.$$

Con más información disponible, podríamos imponer una elasticidad Armignton para cada bien $\sigma_{j,imp}$, $j = pri,\ man,\ ser$.

Supongamos también que la elasticidad de Armington para las exportaciones es

$$1/(1-\rho_{exp}) = 10\,, \text{ o } \rho_{exp} = 0.9\,.$$

Entonces podemos recalibrar la función de utilidad del consumidor foráneo

$$\left(\theta_{pri,f} x_{pri,f}^{\rho_{exp}} + \theta_{man,f} x_{man,f}^{\rho_{exp}} + \theta_{ser,f} x_{ser,f}^{\rho_{exp}} + \theta_{inv,f} x_{inv,f}^{\rho_{exp}} + \theta_{f,f} x_{f,f}^{\rho_{exp}} - 1\right) / \rho_{exp}\,.$$

- Sabemos que $\hat{y}_{j,d}, \hat{y}_{j,f}$, $j = pri,\ man,\ ser$, resuelven

$$\begin{aligned}
&\min\ \hat{p}_{j,d} y_{j,d} + \left(1+\tau_j\right) \hat{e}\overline{p}_{j,f} y_{j,f} \\
&\text{s.t. } \gamma_j \left[\delta_j y_{j,d}^{\rho_{imp}} + (1-\delta_j) y_{j,f}^{\rho_{imp}} \right]^{\frac{1}{\rho_{imp}}} = \hat{y}_j \\
&y_{j,d}, y_{j,f} \geq 0.
\end{aligned}$$

Entonces

$$\frac{(1+\tau_{pri})\hat{e}\overline{p}_{pri,f}}{\hat{p}_{pri,d}} = \frac{(1-\delta_{pri})\hat{y}_{pri,f}^{\rho_{imp}-1}}{\delta_{pri}\hat{y}_{pri,d}^{\rho_{imp}-1}}$$

$$\frac{(1-\delta_{pri})}{\delta_{pri}} = \frac{(1+\tau_{pri})\hat{e}\overline{p}_{pri,f}\,\hat{y}_{pri,f}^{1-\rho_{imp}}}{\hat{p}_{pri,d}\,\hat{y}_{pri,d}^{1-\rho_{imp}}} = \frac{1.0812\times(234)^{0.2}}{(7863)^{0.2}}$$

$$\delta_{pri} = 0.6513\,.$$

Dado que $y_{pri} = \gamma_{pri}\left[\delta_{pri} y_{pri,d}^{\rho_{imp}} + (1-\delta_{pri}) y_{pri,f}^{\rho_{imp}}\right]^{\frac{1}{\rho_{imp}}}$, esto implica que

$$8116 = \gamma_{pri}\left[0.6513\times 7863^{0.8} + 0.3487\times 234^{0.8}\right]^{1.25}$$
$$\gamma_{pri} = 1.6956\,.$$

Similarmente, $\delta_{man} = 0.5314$, $\gamma_{man} = 2.0233$, y $\delta_{ser} = 0.6466$, $\gamma_{ser} = 1.7043$

- Sabemos que $\hat{x}_{pri,f}$, $\hat{x}_{man,f}$, $\hat{x}_{ser,f}$, $\hat{x}_{inv,f}$, $\hat{x}_{f,f}$ resuelven

$$\begin{aligned}
&\max\ \left(\theta_{pri,f} x_{pri,f}^{\rho_{exp}} + \theta_{man,f} x_{man,f}^{\rho_{exp}} + \theta_{ser,f} x_{ser,f}^{\rho_{exp}} + \theta_{inv,f} x_{inv,f}^{\rho_{exp}} + \theta_{f,f} x_{f,f}^{\rho_{exp}} - 1\right)/\rho_{exp} \\
&\text{s.a}\ \ \hat{p}_{pri}(1+\tau_{pri,f})x_{pri,f} + \hat{p}_{man}(1+\tau_{man,f})x_{man,f} + \hat{p}_{ser}(1+\tau_{ser,f})x_{ser,f} + \hat{p}_{inv}x_{inv,f} + \hat{e}\hat{x}_f = \hat{e}I_f \\
&\quad x_{pri,f}, x_{man,f}, x_{ser,f}, x_{inv,f}, x_{f,f} \geq 0.
\end{aligned}$$

Resolviendo este problema, podemos obtener, por ejemplo,

$$\hat{x}_{pri,f} = \frac{\theta_{pri,f}^{\frac{1}{1-\rho_{exp}}}\hat{e}I_f}{\left((1+\tau_{pri,f})\hat{p}_{pri}\right)^{\frac{1}{1-\rho_{exp}}}\Delta}$$

donde

$$\Delta = \sum_{j=pri,man,ser}\theta_{j,f}^{\frac{1}{1-\rho_{exp}}}\left((1+\tau_{j,f})\hat{p}_j\right)^{\frac{-\rho_{exp}}{1-\rho_{exp}}} + \theta_{inv,f}^{\frac{1}{1-\rho_{exp}}}\hat{p}_{inv}^{\frac{-\rho_{exp}}{1-\rho_{exp}}} + \theta_{f,f}^{\frac{1}{1-\rho}}\hat{e}^{\frac{-\rho_{exp}}{1-\rho_{exp}}}\,.$$

Entonces,

$$\theta_{pri,f} = 0.1798\,.$$

De la misma manera, $\theta_{man,f} = 0.1612$, $\theta_{ser,f} = 0.1445$, $\theta_{inv,f} = 0.1465$ y $\theta_{f,f} = 0.3680$.

Experimento Numérico I : Reforma Unilateral

Aranceles

	Referencia (Modelo base)	Liberalización Parcial		Libre Comercio	
variable		$\sigma_{imp} = \sigma_{exp} = 1$	$\sigma_{imp} = 5, \sigma_{exp} = 10$	$\sigma_{imp} = \sigma_{exp} = 1$	$\sigma_{imp} = 5, \sigma_{exp} = 10$
τ_{pri}	0.0800	0.0400	0.0400	0.0000	0.0000
τ_{man}	0.0700	0.0300	0.0300	0.0000	0.0000
τ_{ser}	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$\tau_{pri,f}$	0.1000	0.1000	0.1000	0.1000	0.1000
$\tau_{man,f}$	0.0400	0.0400	0.0400	0.0400	0.0400
$\tau_{ser,f}$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Precios

	Referencia (Modelo base)	Liberalización Parcial		Libre Comercio	
variable		$\sigma_{imp} = \sigma_{exp} = 1$	$\sigma_{imp} = 5, \sigma_{exp} = 10$	$\sigma_{imp} = \sigma_{exp} = 1$	$\sigma_{imp} = 5, \sigma_{exp} = 10$
$\hat{p}_{pri}$	1.0000	0.9749	0.9527	0.9758	0.9221
$\hat{p}_{man}$	1.0000	1.0167	1.0315	1.0161	1.0519
$\hat{p}_{ser}$					
$\hat{p}_{inv}$	1.0000	1.0028	1.0053	1.0027	1.0087
$\hat{p}_{pri,d}$	1.0000	1.0002	1.0180	0.9990	1.0432
$\hat{p}_{man,d}$	1.0000	1.0005	1.0216	0.9986	1.0470
$\hat{p}_{ser,d}$					
$\hat{e}$	1.0000	1.1479	1.0512	1.3858	1.1404
$\hat{r}$	1.0000	0.9988	1.0508	0.9999	1.1888
$\hat{w}$	1.0000	0.9977	1.0575	0.9924	1.1347

Normalizar los precios:

$$\frac{\theta_{pri}}{\theta_{pri} + \theta_{man} + \theta_{ser}} \hat{p}_{pri} + \frac{\theta_{man}}{\theta_{pri} + \theta_{man} + \theta_{ser}} \hat{p}_{man} + \frac{\theta_{ser}}{\theta_{pri} + \theta_{man} + \theta_{ser}} \hat{p}_{ser} = 1 \text{ (IPC).}$$

Producción doméstica

	Referencia (Modelo base)	Liberalización Parcial		Libre Comercio	
variable		$\sigma_{imp}=\sigma_{exp}=1$	$\sigma_{imp}=5,\sigma_{exp}=10$	$\sigma_{imp}=\sigma_{exp}=1$	$\sigma_{imp}=5,\sigma_{exp}=10$
$\hat{y}_{pri,d}$	14.0000	14.0661	13.6456	14.4193	16.6160
$\hat{x}_{pri,pri}$	2.0000	2.0094	1.9494	2.0599	2.3737
$\hat{x}_{man,pri}$	4.0000	4.0189	3.8987	4.1198	4.7474
$\hat{x}_{ser,pri}$					
$\hat{\ell}_{agr}$	4.0000	4.0213	3.8864	4.1353	4.8595
$\hat{k}_{agr}$	4.0000	4.0165	3.9111	4.1044	4.6380
$\hat{y}_{man,d}$	25.0000	24.9370	25.3373	24.6004	22.4988
$\hat{x}_{pri,man}$	3.0000	2.9924	3.0405	2.9520	2.6999
$\hat{x}_{man,man}$	7.0000	6.9824	7.0945	6.8881	6.2997
$\hat{x}_{ser,man}$					
$\hat{\ell}_{man}$	10.0000	9.9787	10.1136	9.8647	9.1405
$\hat{k}_{man}$	5.0000	4.9835	5.0889	4.8956	4.3620
$\hat{y}_{ser,d}$					
$\hat{x}_{pri,ser}$					
$\hat{x}_{man,ser}$					
$\hat{x}_{ser,ser}$					
$\hat{\ell}_{ser}$					
$\hat{k}_{ser}$					

Inversión

	Referencia (Modelo base)	Liberalización Parcial		free trade	
variable		$\sigma_{imp}=\sigma_{exp}=1$	$\sigma_{imp}=5,\sigma_{exp}=10$	$\sigma_{imp}=\sigma_{exp}=1$	$\sigma_{imp}=5,\sigma_{exp}=10$
$\hat{y}_{inv}$	6.0000	5.7056	6.3199	5.2689	6.0823
$\hat{x}_{pri,inv}$	2.0000	1.9019	2.1066	1.7563	2.0274
$\hat{x}_{man,inv}$	4.0000	3.8038	4.2133	3.5126	4.0549
$\hat{x}_{ser,inv}$					

Oferta Total y Comercio Internacional

	Referencia (Modelo base)	Liberalización Parcial		Libre Comercio	
variable		$\sigma_{imp} = \sigma_{exp} = 1$	$\sigma_{imp} = 5, \sigma_{exp} = 10$	$\sigma_{imp} = \sigma_{exp} = 1$	$\sigma_{imp} = 5, \sigma_{exp} = 10$
$\hat{y}_{pri}$	20.0000	20.6162	29.2483	21.0877	56.2916
$\hat{y}_{man}$	30.0000	29.4466	31.1158	29.0105	33.2486
$\hat{y}_{ser}$					
$\hat{y}_{pri,d}$	14.0000	14.0661	13.6456	14.4193	16.6160
$\hat{y}_{man,d}$	25.0000	24.9370	25.3373	24.6004	22.4988
$\hat{y}_{ser,d}$					
$\hat{y}_{pri,f}$	4.0000	4.3774	10.9121	4.4547	29.5479
$\hat{y}_{man,f}$	4.0000	3.6226	4.6291	3.5453	9.0329
$\hat{y}_{ser,f}$					
$\hat{T}$	3.0000	1.8366	3.2675	0.0000	0.0000
$\hat{x}_{pri,f}$	5.0000	5.8872	13.2602	7.1007	40.3199
$\hat{x}_{man,f}$	3.0000	3.3869	3.5916	4.0914	6.4824
$\hat{x}_{ser,f}$					

Consumo, Ahorro y Bienestar

	Referencia (Modelo base)	Liberalización Parcial		Libre Comercio	
variable		$\sigma_{imp} = \sigma_{exp} = 1$	$\sigma_{imp} = 5, \sigma_{exp} = 10$	$\sigma_{imp} = \sigma_{exp} = 1$	$\sigma_{imp} = 5, \sigma_{exp} = 10$
$\hat{c}_{pri}$	8.0000	7.8253	8.8916	7.2187	8.8707
$\hat{c}_{man}$	12.0000	11.2547	12.3177	10.3985	11.6642
$\hat{c}_{ser}$					
$\hat{c}_{inv}$	6.0000	5.7056	6.3199	5.2689	6.0823
Ingreso real	1.0000	0.9531	1.0582	0.8801	1.0221

Indice de ingreso real:

$$\hat{Y} = \frac{\hat{c}_{agr}^{\theta_{agr}} \hat{c}_{man}^{\theta_{man}} \hat{c}_{inv}^{\theta_{inv}}}{8^{\theta_{agr}} 12^{\theta_{man}} 6^{\theta_{inv}}}.$$

Experimento Numérico II: Tratado de Libre Comercio

Aranceles

	Referencia (Modelo base)	Liberalización Parcial		Libre Comercio	
variable		$\sigma_{imp} = \sigma_{exp} = 1$	$\sigma_{imp} = 5, \sigma_{exp} = 10$	$\sigma_{imp} = \sigma_{exp} = 1$	$\sigma_{imp} = 5, \sigma_{exp} = 10$
τ_{pri}	0.5000	0.2000	0.2000	0.0000	0.0000
τ_{man}	0.2500	0.2000	0.2000	0.0000	0.0000
τ_{ser}					
$\tau_{pri,f}$	0.2000	0.2000	0.2000	0.2000	0.2000
$\tau_{man,f}$	0.1000	0.1000	0.1000	0.1000	0.1000
$\tau_{ser,f}$					

Precios

	Referencia (Modelo base)	Liberalización Parcial		Libre Comercio	
variable		$\sigma_{imp} = \sigma_{exp} = 1$	$\sigma_{imp} = 5, \sigma_{exp} = 10$	$\sigma_{imp} = \sigma_{exp} = 1$	$\sigma_{imp} = 5, \sigma_{exp} = 10$
$\hat{p}_{pri}$	1.0000	0.9749	0.9527	0.9758	0.9221
$\hat{p}_{man}$	1.0000	1.0167	1.0315	1.0161	1.0519
$\hat{p}_{ser}$					
$\hat{p}_{inv}$	1.0000	1.0028	1.0053	1.0027	1.0087
$\hat{p}_{pri,d}$	1.0000	1.0002	1.0180	0.9990	1.0432
$\hat{p}_{man,d}$	1.0000	1.0005	1.0216	0.9986	1.0470
$\hat{p}_{ser,d}$					
$\hat{e}$	1.0000	1.1479	1.0512	1.3858	1.1404
$\hat{r}$	1.0000	0.9988	1.0508	0.9999	1.1888
$\hat{w}$	1.0000	0.9977	1.0575	0.9924	1.1347

Normalizar los precios:

$$\frac{\theta_{pri}}{\theta_{pri} + \theta_{man} + \theta_{ser}} \hat{p}_{pri} + \frac{\theta_{man}}{\theta_{pri} + \theta_{man} + \theta_{ser}} \hat{p}_{man} + \frac{\theta_{ser}}{\theta_{pri} + \theta_{man} + \theta_{ser}} \hat{p}_{ser} = 1 \text{ (IPC).}$$

Producción doméstica

	Referencia (Modelo base)	Liberalización Parcial		Libre Comercio	
variable		$\sigma_{imp} = \sigma_{exp} = 1$	$\sigma_{imp} = 5, \sigma_{exp} = 10$	$\sigma_{imp} = \sigma_{exp} = 1$	$\sigma_{imp} = 5, \sigma_{exp} = 10$
$\hat{y}_{pri,d}$	14.0000	14.0661	13.6456	14.4193	16.6160
$\hat{x}_{pri,pri}$	2.0000	2.0094	1.9494	2.0599	2.3737
$\hat{x}_{man,pri}$	4.0000	4.0189	3.8987	4.1198	4.7474
$\hat{x}_{ser,pri}$					
$\hat{\ell}_{agr}$	4.0000	4.0213	3.8864	4.1353	4.8595
$\hat{k}_{agr}$	4.0000	4.0165	3.9111	4.1044	4.6380
$\hat{y}_{man,d}$	25.0000	24.9370	25.3373	24.6004	22.4988
$\hat{x}_{pri,man}$	3.0000	2.9924	3.0405	2.9520	2.6999
$\hat{x}_{man,man}$	7.0000	6.9824	7.0945	6.8881	6.2997
$\hat{x}_{ser,man}$					
$\hat{\ell}_{man}$	10.0000	9.9787	10.1136	9.8647	9.1405
$\hat{k}_{man}$	5.0000	4.9835	5.0889	4.8956	4.3620
$\hat{y}_{ser,d}$					
$\hat{x}_{pri,ser}$					
$\hat{x}_{man,ser}$					
$\hat{x}_{ser,ser}$					
$\hat{\ell}_{ser}$					
$\hat{k}_{ser}$					

Inversión

	Referencia (Modelo base)	Liberalización Parcial		free trade	
variable		$\sigma_{imp} = \sigma_{exp} = 1$	$\sigma_{imp} = 5, \sigma_{exp} = 10$	$\sigma_{imp} = \sigma_{exp} = 1$	$\sigma_{imp} = 5, \sigma_{exp} = 10$
$\hat{y}_{inv}$	6.0000	5.7056	6.3199	5.2689	6.0823
$\hat{x}_{pri,inv}$	2.0000	1.9019	2.1066	1.7563	2.0274
$\hat{x}_{man,inv}$	4.0000	3.8038	4.2133	3.5126	4.0549
$\hat{x}_{ser,inv}$					

Oferta Total y Comercio Internacional

	Referencia (Modelo base)	Liberalización Parcial		Libre Comercio	
variable		$\sigma_{imp} = \sigma_{exp} = 1$	$\sigma_{imp} = 5, \sigma_{exp} = 10$	$\sigma_{imp} = \sigma_{exp} = 1$	$\sigma_{imp} = 5, \sigma_{exp} = 10$
$\hat{y}_{pri}$	20.0000	20.6162	29.2483	21.0877	56.2916
$\hat{y}_{man}$	30.0000	29.4466	31.1158	29.0105	33.2486
$\hat{y}_{ser}$					
$\hat{y}_{pri,d}$	14.0000	14.0661	13.6456	14.4193	16.6160
$\hat{y}_{man,d}$	25.0000	24.9370	25.3373	24.6004	22.4988
$\hat{y}_{ser,d}$					
$\hat{y}_{pri,f}$	4.0000	4.3774	10.9121	4.4547	29.5479
$\hat{y}_{man,f}$	4.0000	3.6226	4.6291	3.5453	9.0329
$\hat{y}_{ser,f}$					
$\hat{T}$	3.0000	1.8366	3.2675	0.0000	0.0000
$\hat{x}_{pri,f}$	5.0000	5.8872	13.2602	7.1007	40.3199
$\hat{x}_{man,f}$	3.0000	3.3869	3.5916	4.0914	6.4824
$\hat{x}_{ser,f}$					

Consumo, Ahorro y Bienestar

	Referencia (Modelo base)	Liberalización Parcial		Libre Comercio	
variable		$\sigma_{imp} = \sigma_{exp} = 1$	$\sigma_{imp} = 5, \sigma_{exp} = 10$	$\sigma_{imp} = \sigma_{exp} = 1$	$\sigma_{imp} = 5, \sigma_{exp} = 10$
$\hat{c}_{pri}$	8.0000	7.8253	8.8916	7.2187	8.8707
$\hat{c}_{man}$	12.0000	11.2547	12.3177	10.3985	11.6642
$\hat{c}_{ser}$					
$\hat{c}_{inv}$	6.0000	5.7056	6.3199	5.2689	6.0823
Ingreso real	1.0000	0.9531	1.0582	0.8801	1.0221

Para calcular una matriz insumo-producto post-reforma que esté balanceada, necesitamos utilizar los precios post-reforma. Es decir, los elementos tienen que ser cantidades multiplicadas por precios. A continuación se muestra, por ejemplo, la matriz insumo-producto para la economía en el ejemplo numérico donde

$$\tau_{pri} = \tau_{man} = \tau_{ser} = \tau_{pri,f} = \tau_{man,f} = \tau_{ser,f} = 0 \ , \ \sigma_{imp} = 5 \, , \ \sigma_{exp} = 10 \, .$$

	Pri.	Man.	Ser.	Con.	Inv.	Exp.	Total
Primarios	843	2621	188	1191	144	5283	10271
Manufactura	1043	3165	2982	7697	2573	2557	20017
Servicios	2248	3643	4421	7962	2553	590	21417
Importaciones	514	7555	1173				9242
Ingresos Arancelarios	0	0	0				0
Compensación al Trabajo	3296	1094	6479				10869
Retornos al Capital	2326	1940	6174				10440
Total	10271	20017	21417	16850	5270	8431	