

1. Considera un mundo con dos países. En cada país existe un consumidor representativo cuyas preferencias dadas por la función de utilidad

$$\int_x \log c(x) dx.$$

están definidas sobre el intervalo de bienes  $X = [0,1]$ .

En cada país existe un único factor de producción: trabajo. Las dotaciones son  $\bar{\ell}_1 = \bar{\ell}_2 = \bar{\ell}$ . Las funciones de producción son lineales pero difieren entre países:

$$y_j(x) = \ell_j(x) / a_j(x)$$

$$a_1(x) = \alpha + \beta x$$

$$a_2(x) = \alpha + \beta - \beta x$$

Así  $y_j(x)$  es la cantidad del bien  $x$  producida en el país  $j$  que es consumida en el país  $i$ . Inicialmente, no existen costes de transporte o tarifas.

- a) Defina un equilibrio en este modelo.
- b) Caracterice, tanto como sea posible, las pautas de especialización y comercio en el equilibrio.
- c) Suponga ahora que entre cada par de países existe un coste de transporte del 10%. Explique como su definición de equilibrio es alterada y caracterice, tanto como sea posible, como difiere el nuevo equilibrio del anterior definido en los apartados a y b.
- d) Suponga ahora que los países deciden iniciar una guerra comercial en la cuál cada uno impone una tarifa del 10% a las importaciones del otro Explique como se altera su definición de equilibrio y caracterice, tanto como sea posible, como el nuevo equilibrio difiere del definido en el apartado c.

2. Considere una economía en donde el espacio de consumo es el conjunto de funciones  $c : R_+ \times R_+ \rightarrow R_+$ . En  $c(x, t)$  el índice  $x$  denota el tipo de bien y el índice  $t$  denota la fecha en la que es consumido. Cada individuo tiene preferencias definidas por el funcional

$$u(c) = \int_0^\infty e^{-\rho t} \left[ \int_0^\infty \log(c(x, t) + 1) dx \right] dt.$$

Los bienes producidos utilizando un único factor de producción: trabajo

$$y(x, t) = \ell(x, t) / a(x, t).$$

Cada consumidor tiene una dotación de trabajo igual a 1, y el número de consumidores es fijo,  $\bar{\ell}$ . Los requerimientos unitarios de trabajo  $a(x, t)$  están acotados inferiormente,  $a(x, t) > \bar{a}(x)$ , donde

$$\bar{a}(x) = e^{-x}.$$

En  $t = 0$  existe un  $z(0) > 0$  tal que  $a(x, 0) = e^{-x}$  para todo  $x < z(0)$  y además  $a(x, 0) = e^{x-2z(0)}$  para todo  $x \geq z(0)$ . Existe aprendizaje asociado a la producción (learning by doing) de la forma

$$\frac{\dot{a}(x, t)}{a(x, t)} = \begin{cases} -\int_0^\infty b(v, t) \ell(v, t) dv & \text{if } a(x, t) > \bar{a}(x) \\ 0 & \text{if } a(x, t) = \bar{a}(x) \end{cases}.$$

Aquí  $\dot{a}(x, t)$  denota la derivada parcial de  $a(x, t)$  respecto al tiempo,  $t$ , y  $b(v, t) = b > 0$  si  $a(v, t) > \bar{a}(v)$  y  $b(v, t) = 0$  si  $a(v, t) = \bar{a}(v)$ . No es posible almacenar el bien.

- a) Proporcione una motivación para la tecnología de producción descrita arriba.
- b) Defina el equilibrio de esta economía. Caracterícelo tanto como sea posible.
- c) Considere ahora un mundo con dos países en el cual ambos países son idénticos excepto en sus dotaciones de trabajo y sus niveles tecnológicos iniciales. En particular,  $z^1(0) > z^2(0)$ . Defina un equilibrio para esta economía.
- d) Describa las características de un modelo Ricardiano estático cuyo equilibrio tenga los mismos valores de precios y cantidades  $p(x, 0)$ ,  $w^1(0)$ ,  $w^2(0)$ ,  $y^1(x, 0)$ ,  $y^2(x, 0)$ ,  $c^1(x, 0)$ ,  $c^2(x, 0)$  que en la economía del apartado c). Ilustre y explique las (cinco) diferentes posibilidades que existen para las pautas de producción y consumo en este modelo. (Para hacer las cosas fáciles suponga que  $z^1(0)$  y  $z^2(0)$  son suficientemente grandes y por tanto el bien  $x = 0$  no es producido en equilibrio.)